

Stabilität von Strassennetzen bei Störungen

Michael G H Bell und Jan-Dirk Schmöcker¹

Kurzfassung

Alle Verkehrsnetze sind irgendwann von Störungen wie zum Beispiel Verkehrsunfällen, Schlechtwetterbedingungen oder Infrastrukturbrüchen betroffen. Die Auswirkungen einer Störung hängen zum einen von den topologischen Eigenschaften eines Netzes und zum anderen vom Verkehrsverhalten ab. Das große Erdbeben 1995 in Kobe, Japan, führte zu einem internationalen Forschungsprojekt zum Thema Verkehrsnetzzuverlässigkeit unter der Leitung von Professor Iida, Kyoto. Als Teil dieses Projekts wurde ein neuartiges Verfahren zur Analyse der Stabilität von Verkehrsnetzen entwickelt. Zweck dieses Verfahrens ist es diejenigen Strecken im Netz festzustellen, die aus der Sicht der Reisenden kritisch sind. Es geht nicht darum wie oft eine Strecke von einer Störung betroffen wurde, sondern um die Auswirkungen auf Reisezeit und –kosten, falls eine Strecke von einer Störung betroffen ist. Basis dieses Verfahrens ist ein nicht-kooperatives Spiel zwischen einem Reisenden, der von A nach B mit minimaler Reisezeit (oder -kosten) gelangen möchte, und einem fiktiven Netzwerkzerstörer, der genau das Gegenteil versucht, indem er Störungen herbeiführen kann. Das sogenannte Nash-Gleichgewicht dieses Spiels besteht aus Routenwahlwahrscheinlichkeiten, die aus der Sicht der Reisenden optimal sind, und gleichzeitig streckenbezogenen Störfallwahrscheinlichkeiten, die aus der Sicht des Netzverderbers optimal sind. Dieses Gleichgewicht lässt sich entweder mittels linearer Programmierung oder mittels eines iterativen Verfahrens berechnen. Anhand eines einfachen Beispielnetzes werden im Aufsatz sowohl der Ansatz als auch die Lösungsverfahren näher erläutert. Das Verfahren wird auf ein ausgedehntes Netz in York angewandt, um die empfindlichen Strecken zu finden. Zum Schluss wird die Weiterentwicklung des Verfahrens diskutiert.

Einleitung

Zuverlässigkeit von Verkehrsnetzen ist ein Thema von grossem praktischen Interesse für Verkehrsplaner und –ingenieure. Es gibt genügend Beispiele bei denen die Robustheit des Netzes beansprucht wird:

- Naturkatastrophen, z.B. Erdbeben, Stürme, Überschwemmungen, und andere Katastrophen (z.B. Explosionen oder Einstürze aller Art), die Teile des Verkehrsnetzes blockieren. In all diesen Fällen spielt das verbleibende, intakte Netz eine wichtige Rolle für Transporte von und ins Katastrophengebiet.
- Unfälle, Straßenblockaden etc. („kleine Katastrophen“ bei denen die Straße nur teilweise oder kurzfristig abgesperrt ist). In diesen Fällen ist es wichtig, daß die freien, verbleibenden Fahrspuren der betroffenen Strasse oder die Umleitungen nicht zu überlastet sind, um den betroffenen Verkehr aufzufangen.
- Änderungen bei der Zuweisung von Straßenraum (Verkehrsplanung), Neubau von Verkehrsprojekten etc. Bei Eingriffen ins Verkehrsnetz ist es wichtig zu erörtern, ob diese Änderungen die Erreichbarkeit von Zielen beeinträchtigt.

¹ Department of Civil Engineering, University of Newcastle upon Tyne, NE1 7RU, UK. Email: m.g.h.bell@ncl.ac.uk

Verkehrsberuhigungsmassnahmen könnten z.B. den motorisierten Verkehr stark beeinträchtigen.

In all diesen Beispielen kann zwischen zwei Arten von Zuverlässigkeit getrennt werden. Die *Erreichbarkeit* eines Zieles kann unter Umständen nicht mehr gegeben sein, falls bestimmte Kanten des Netzes ausfallen. Aber auch ein vollständig verbundenes Verkehrsnetz stellt nicht notwendigerweise ausreichende Kapazität für die Verkehrsnachfrage bereit. Fahrbahnreduzierungen durch z.B. Baustellen verhindern nicht, daß das Reiseziel erreicht werden kann, aber können zu Verlängerungen der Reisezeit führen. Falls die Kosten für den Reisenden unakzeptierbar groß werden, ist die *Reisekostenzuverlässigkeit* nicht mehr gewährleistet.

Die bisherige Forschung im Gebiet der Verkehrsnetzzuverlässigkeit konzentrierte sich vornehmlich auf Erreichbarkeit (Du und Nicholson, 1997; Iida und Wakayabashi, 1989). Forschung zum Thema Reisekostenzuverlässigkeit ist dagegen recht begrenzt, auch wenn sich Asakura und Kashiwadani (1991, 1995) und Asakura (1995) dem Thema Reisezeitzuverlässigkeit gewidmet haben. Der traditionelle Zugang zu diesem Forschungsgebiet bedient sich statistischer Verteilungen über Reisezeiten, Verspätungen und Kapazitäten von Kanten, z. B. Bell *et al.* (1999). Diese Daten werden dann einer Studie über den Einfluß von Unterschieden in Kantenleistungen auf die Netzwerkleistung unterworfen (Häufig wird Mittel, Median oder Prozentsteigerungen der Quelle-Ziel Reisezeiten benutzt). Ein großes Problem mit dieser Methode ist jedoch, daß es häufig nicht genügend oder nur ungenaue Daten über Reisezeiten und Verspätungen auf einzelnen Kanten des Netzes gibt. Dies hat zur Folge, daß es nur schwer möglich ist die notwendigen Verteilungen zu gewinnen. Es ist auch zu beachten, daß die Reisezeitverteilungen über einen längeren Zeitraum nicht stabil sein müssen.

Messen von Netzwerkzuverlässigkeit ist ein kompliziertes Thema, da es sowohl Daten über die Infrastruktur, die Nachfrage als auch das Verhalten (einschließlich Verhaltensänderungen in den o.g. Fällen) erfordert. Die Verhaltensänderungen der Reisenden werden u.a. davon beeinflußt, wie gut sich die Reisenden im Netz auskennen. Falls z.B. eine Hauptader des Netzes ausfällt, hängt die Länge des resultierenden Staus (für eine gegebene Nachfrage) davon ab, ob die Infrastruktur Umleitungen bereithält, die den Verkehr auffangen können und den Benutzern diese ausreichend bekannt sind. Informationsweitergabe an die Benutzer spielt hier eine wichtige Rolle.

Aus der Perspektive eines Benutzers hängen die zu erwartenden Kosten für eine Reise von der Nachfrage und dem Zustand der Infrastruktur ab. In diesem Aufsatz wird angenommen, daß der Reisende keine genauen Informationen über die Kosten auf den Kanten seiner geplanten Reise hat. Er hat stattdessen die Wahl zwischen verschiedenen Routen und wird sich für diejenige entscheiden, die ihm bei seiner letzten Reise als die günstigste erschien. Daher erwarten wir, daß die Verkehrsleistung des Netzes, im Sinne von „zu erwartenden Reisekosten“ (und nicht „realisierten Reisekosten“), mit steigendem Pessimismus abnimmt (d.h. die erwarteten Reisekosten steigen mit grösserem Pessimismus über den Zustand der Infrastruktur). Es folgt daher eine Definition für Netzwerkzuverlässigkeit:

Definition: Ein Netzwerk ist zuverlässig, wenn selbst extrem pessimistische Benutzer die zu erwarteten Reisekosten für akzeptabel halten.

Im folgenden beschreibt dieses Manuskript ein Verfahren zur Analyse der Netzwerkzuverlässigkeit. Es werden dazu diejenigen Kanten herausgesucht, die den meisten Schaden verursachen, falls sie von einem Störfall betroffen sind (*worst-case-scenario*). Die Netzwerkbenutzer verhalten sich dabei auch optimal in dem Sinne, daß sie versuchen ihre Reisekosten zu minimieren, dabei jedoch beachten, daß die Kanten von Störfällen betroffen sein könnten.

Die Methode dieser Analyse kann auch als ein theoretisches Spiel interpretiert werden: Der Spieler (Netzwerkbenutzer) versucht so günstig oder schnell wie möglich an sein Ziel zu kommen, doch sein Gegenspieler (Netzwerkzerstörer) versucht genau das Gegenteil zu erreichen, nämlich die Reisekosten für den Netzwerkbenutzer zu maximieren. Der Gegenspieler erreicht dies, indem er die Möglichkeit hat die Reisekosten für genau eine Kante zu erhöhen. Der Benutzer schätzt die Reisekosten auf den Kanten und der Netzwerkzerstörer versucht die Route des Benutzers zu erraten. Es wird gezeigt, daß das „Mixed Nash-Equilibrium“ dieses Spiels eine nützliche Aussage über die Zuverlässigkeit des Netzes gibt, da es genau den Fall betrachtet, wenn die Benutzer äußerst pessimistisch sind.

Es ist jedoch zu betonen, daß diese Erklärung als „nicht-kooperatives Spiel zwischen Benutzer und Gegenspieler“ nur eine andere Interpretation für ein Verfahren ist, die schlimmstmöglichen Kantenstörfälle und deren Effekte auf Erreichbarkeit und Reisekosten herauszufinden.

2. Das maximin Problem

Es sei

p_i = Wahrscheinlichkeit, daß Kante i vom Benutzer gewählt wird
 q_j = Wahrscheinlichkeit für Szenario j
 c_{ij} = Reisekosten für Kante i unter Szenario j
 g_{kj} = Reisekosten für Route k unter Szenario j
 h_k = Wahrscheinlichkeit, daß Route k vom Benutzer gewählt wird
 a_{ik} = 1 falls Kante i Teil von Route k ist; ansonsten 0
 e_{ni} = 1 falls n Zielknoten zu Kante i ist; -1 falls n Quellknoten zu Kante i ist
 b_n = -1 falls Knoten n eine Quelle ist, 1 falls es ein Ziel ist, ansonsten 0

Beachte

$p_i = \sum_k a_{ik} h_k$ für alle Kanten i
 $g_{kj} = \sum_i a_{ik} c_{ij}$ für alle Routen k and Szenarien j
 $b_n = \sum_i e_{ni} p_i$ für alle Knoten n

Da alle Kantenreisekosten vorgegeben sind, können wir das Problem auf einen Benutzer und ein Netzwerk mit nur einer Quelle-Ziel Beziehung reduzieren. Daher folgt, daß

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j$$

die erwarteten Reisekosten ergibt. Im Fall von n-Benutzern (n+1 Problem) können wir annehmen, daß die Benutzer austauschbar sind (*single commodity assignment problem*). Somit treffen dieselben Routenwahlwahrscheinlichkeiten auf alle Benutzer zu, was zu einer Verteilung der Benutzer auf die verschiedenen Kanten führt (anstelle von Wahrscheinlichkeiten für das Problem mit nur einem Benutzer). Beachte, daß die Verteilung der Reisenden nicht festgelegt werden kann, da dies ein Eingriff ins Spiel wäre. Falls es mehrere QZ-Beziehungen geben sollte, können diese getrennt betrachtet werden, da es keinen Grund gibt anzunehmen, daß Benutzer von verschiedenen Quellen oder zu verschiedenen Zielen die gleichen Reisekosten erwarten.

Anmerkung: Kantenwahlwahrscheinlichkeiten (p_i), welche die Reisekosten minimieren, führen zu Equilibrium-Wahlwahrscheinlichkeiten der Benutzer.

Beweis:

$$C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j = \sum_{ij} \sum_k a_{ik} h_k c_{ij} q_j = \sum_k h_k \sum_{ij} a_{ik} c_{ij} q_j = \sum_k h_k \sum_j g_{kj} q_j \quad (1)$$

Da die Reisekosten exogen sind, ist $\min C$ für Kantenwahlwahrscheinlichkeiten gleichzusetzen mit $\min C$ für Routenwahlwahrscheinlichkeiten. $\min C$ ist ein Equilibrium im Sinne, dass kein Benutzer eine Möglichkeit sieht seine Reisekosten durch eine Änderung seiner Routenwahlstrategie weiter zu reduzieren und daher bei seiner Strategie bleibt.

Das folgende maximin Problem sucht nach Routenwahlwahrscheinlichkeiten, die die Reisekosten minimieren, und gleichzeitig nach Szenariowahrscheinlichkeiten, die die Reisekosten maximieren.

P_0 : Max (Min $C = \sum_{ij} p_i c_{ij} q_j$ in Hinsicht auf p_i) in Hinsicht auf q_j unter der Bedingung dass
 $\sum_j q_j = 1$
 $q_j \geq 0$ für alle Szenarien j
 $p_i = \sum_k a_{ik} h_k$ für alle Kanten i
 $\sum_k h_k = 1$
 $h_k \geq 0$ für alle Routen k

3. Formulierung als lineares Program

Es sei C^* die Lösung für P_0 . Dann folgt aus (1)

$$\sum_k g_{kj} h_k \leq C^* \text{ für alle Szenarien } j \quad (2)$$

da weder $q_j = 1$ noch $q_l = 0$ ($l \neq j$) die Lösung ist, in welchem Fall die linke Seite von (2) gleich C^* wäre, ist die linke Seite von (2) kleiner als C^* .

Es ist bekannt (siehe Hillier and Lieberman, 1990), daß die optimale Mix-Strategie für die Benutzer mit folgendem linearen Program gegeben ist:

$$\begin{aligned}
P_1: \quad & \text{Min } C \text{ in Hinsicht auf } h_k \text{ gegeben da\ss} \\
& \sum_k g_{kj} h_k - C \leq 0 \text{ f\u00fcr alle Szenarien } j & (3) \\
& \sum_k h_k = 1 & (4) \\
& h_k \geq 0 \text{ f\u00fcr alle Routen } k
\end{aligned}$$

Ähnlich kann die optimale Mix-Strategie für den Netzwerkzerstörer beschrieben werden durch:

$$\begin{aligned}
P_2: \quad & \text{Max } D \text{ in Hinsicht auf } q_j \text{ gegeben dass} \\
& \sum_j g_{kj} q_j - D \geq 0 \text{ f\u00fcr alle Routen } k & (5) \\
& \sum_j q_j = 1 & (6) \\
& q_j \geq 0 \text{ f\u00fcr alle Szenarien } j
\end{aligned}$$

Beachte P_2 ist das duale Problem zu P_1 und umgekehrt. Daher sind die dualen Variablen in P_1 (in Bedingung 3) gleich den Szenariowahrscheinlichkeiten q_j . Umgekehrt sind die dualen Variablen in P_2 gleich den Routenwahlwahrscheinlichkeiten p_i . Ähnlich ist $-C$ die duale Variable von P_2 und $-D$ die duale Variable der Gleichgewichtsbedingung (4). Am Optimum ist C gleich D . Die Lösung zu P_1 (und daher auch P_0) ist eindeutig in C aber nicht notwendigerweise eindeutig für h_k , p_i oder q_j .

4. Numerisches Beispiel

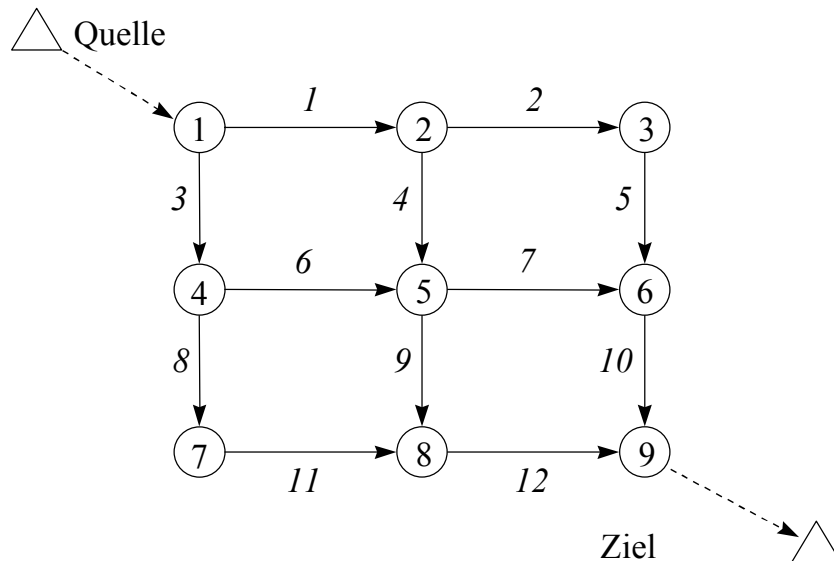


Abb. 1: Netzwerkbeispiel

Abb. 1 zeigt ein Netzwerk mit 6 Routen zwischen einer Quelle und einem Ziel. Die Kantennummern sind kursiv neben die entsprechenden Kanten gedruckt und die Kanten-Route Incidence-Matrix ist in Tab. 1 gegeben.

Tab. 1: Kanten-Route Incidence-Matrix für das Netzwerk in Abb.1

Kante	Route					
	1	2	3	4	5	6
1	1	0	1	0	0	1
2	1	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	1
5	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	1	1	0
7	0	0	1	0	1	0
8	0	1	0	0	0	0
9	0	0	0	1	0	1
10	1	0	1	0	1	0
11	0	1	0	0	0	0
12	0	1	0	1	0	1

Für jede Kante werden zwei Reisekosten veranschlagt; zum einen Kosten im normalen Zustand, zum anderen Kosten im „defekten“ Zustand. Für den ursprünglichen normalen Zustand werden für jede Kante Kosten in der Höhe von einer Einheit angenommen. Im defekten Zustand wird eine Verzehnfachung der Kosten angenommen. Dies wird in Tabelle 2 gezeigt. Es wird weiter angenommen, daß die Kantendefekte unabhängig voneinander sind und dass nur genau eine Kante ausfällt.

Tab. 2: Kanten-Reisekosten im Basisfall (willkürliche Einheiten)

Kante	Kosten falls	
	normal	defekt
1	1	10
2	1	10
3	1	10
4	1	10
5	1	10
6	1	10
7	1	10
8	1	10
9	1	10
10	1	10
11	1	10
12	1	10

Die erwarteten Reisekosten für eine QZ-Reise betragen 8,5 Einheiten für die Gleichgewichtslösung, im Gegensatz zu 4 Einheiten für eine Reise im normalen (defektlosen) Netz und Kosten von 13 Einheiten für eine Reise bei der eine defekte Kante auftritt. Die Wahrscheinlichkeit die Reise zu beenden ohne auf eine defekte

Kante zu treffen beträgt 0,5, und die Wahrscheinlichkeit auf eine defekte Kante zu treffen beträgt ebenfalls 0,5. Die Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl und –defekt entsprechend dem Simplex-Algorithmus sind in Tab. 3 gegeben.

Tab. 3: Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl (p_i) und –defekt (q_i) im Basisfall

Kante i	p_i	q_i
1	0.5	0.5
2	0.5	0
3	0.5	0.5
4	0	0
5	0.5	0
6	0	0
7	0	0
8	0.5	0
9	0	0
10	0.5	0
11	0.5	0
12	0.5	0

Nicht überraschend offenbart die Lösung Symmetrie. Reisende sind am einfachsten zu verletzen an den Kanten die Knoten 1 verlassen oder die in Knoten 9 münden. (Kante 1 und 3 verlassen Knoten 1; Kanten 10 und 12 münden in Knoten 9). Der Grund ist, daß die Benutzer an diesen Punkten des Netzes nur eine Wahl zwischen zwei Kanten haben. Es ist zu beachten, daß es unendlich viele Kombinationen von Kantenwahl und Szenarios gibt, die alle zu derselben erwarteten Reisekost führen:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_3 = p_{10} = p_{12} = 0.5 \\
 p_2 &= p_5 = \alpha / 2 \\
 p_4 &= p_7 = (1-\alpha) / 2 \\
 p_8 &= p_{11} = \beta / 2 \\
 p_6 &= p_9 = (1-\beta) / 2 \\
 p_7 + p_9 &= p_4 + p_6 \\
 q_1 &= q_3 = \tau / 2 \\
 q_{10} &= q_{12} = (1-\tau) / 2 \\
 q_2 &= q_4 = q_5 = q_6 = q_7 = q_8 = q_9 = q_{11} = 0
 \end{aligned}$$

mit $0 \leq \alpha, \beta, \tau \leq 1$

Nehmen wir nun an, daß die Reisekosten für Kante 1 im defekten Zustand nicht 10 sondern 100 Einheiten betragen, dann erhöhen sich die erwarteten Reisekosten auf 12,25 Einheiten. Die Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl und –defekt für diesen Fall sind in Tab. 4 gegeben.

Tab. 4: Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl (p_i) und –defekt (q_i) falls die Kosten für Kante 1 im defekten Zustand 100 Einheiten betragen.

Kante i	p_i	q_i
1	0.08	0.08
2	0.08	0
3	0.92	0.92
4	0	0
5	0.08	0
6	0	0
7	0	0
8	0.92	0
9	0	0
10	0.08	0
11	0.92	0
12	0.92	0

Wegen der hohen Reisekosten im defekten Zustand, würde der „Netzwerkeufel“ gerne Kante 1 schädigen. Konzentriert er sich aber zu sehr auf Kante 1, werden die Benutzer einfach auf Kante 3 ausweichen. Daher bevorzugt er Kante 3 zum Defekt zu bringen, aber nicht immer, denn dann wüßten die Benutzer, daß Kante 1 niemals ausfällt und diese Kante benutzen. Es ergibt sich ein Gleichgewicht bei $q_1 = p_1 = 8\%$ und $q_3 = p_3 = 92\%$, d.h. die Benutzer bevorzugen Kante 3, da die Kosten auf Kante 3 im Falle eines Defektes niedriger sind.

Falls nicht Kante 1 sondern Kante 2 die erhöhten Kosten im Schadensfall hat, gehen die erwarteten Reisekosten auf 8,5 Einheiten zurück, da die Benutzer mehr Möglichkeiten haben den hohen Defektkosten für Kante 2 zu entfliehen. Tab. 5 zeigt die optimalen Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl und –defekt.

Tab. 5: Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl (p_i) und –defekt (q_i) falls die Kosten für Kante 2 im defekten Zustand 100 Einheiten betragen.

Kante i	p_i	q_i
1	0.5	0.5
2	0.05	0
3	0.5	0.5
4	0.45	0
5	0.05	0
6	0	0
7	0.45	0
8	0.5	0
9	0	0
10	0.5	0
11	0.5	0
12	0.5	0

Es ist interessant anzumerken, daß bei dieser Lösung Kante 2 in der Tat von den Reisenden benutzt wird, aber da die Defektwahrscheinlichkeit gleich Null ist, hat dies keinen Einfluss auf die erwarteten Reisekosten. Falls die Wahrscheinlichkeit für Defekt grösser als Null wäre, würde diese Kante nicht benutzt werden.

Die durch lineare Programierung aufgezeigten Störfallwahrscheinlichkeiten müssen als *Worst-Case-Scenarios* verstanden werden, da keine anderen Defektwahrscheinlichkeiten zu grösseren erwarteten Reisekosten führen würden. In diesem Abschnitt wurden keine Fälle mit mehreren Kantenausfällen diskutiert. Dies könnte jedoch einfach verwirklicht werden indem Szenarios mit 2 oder mehr gleichzeitigen Kantenausfällen definiert werden. Insbesondere im Fall von grösseren Katastrophen wäre dies angebracht. (Siehe auch abschließende Diskussion in Abschnitt 8.)

5. „Message of Successive Averages“ (MSA) – Algorithmus

In grösseren Netzen ist die vorherige Spezifizierung von Routen (wie in P_1 gefordert) aufwendig oder gar nicht möglich. Eine andere Variante bietet die Spezifizierung der Kanten-Knoten Incidence Matrix wie in Bell (2001) beschrieben. Eine dritte Möglichkeit bietet der einfache *Method of Successive Averages* (MSA) Algorithmus, in welchem Routen in den einzelnen Iterationen erzeugt werden. Bei diesem Verfahren werden die Szenariowahrscheinlichkeiten q_j initialisiert. In einem iterativen Verfahren werden dann zuerst die erwarteten Kantenreisekosten berechnet und die günstigste Route herausgefunden. Die Benutzer werden der günstigsten Route zugewiesen, wobei jede Kante dieser günstigsten Route mit 1 markiert wird (Hilfsvariable x_i); für alle anderen Kanten wird x_i zu Null gesetzt. Mit Hilfe von x_i werden dann die Kantenwahlwahrscheinlichkeiten p_i aktualisiert. Diese Kantenwahlwahrscheinlichkeiten werden dann dazu benutzt das Szenario q_j herauszufiltern, welches die Reisekosten maximiert. Diese Kante j wird markiert und die Szenario-Wahrscheinlichkeiten aktualisiert. Es folgt, daß die erwarteten Kantenkosten erneut berechnet werden müssen. Dieser Prozess wird fortgeführt bis eine ausreichende Konvergenz erreicht worden ist. Die einzelnen Schritte werden im folgenden verdeutlicht:

Die Lösung von P_0 mit Hilfe des MSA – Algorithmus

Schritt 0: Initialisiere q_j für alle Szenarien j und $n \leftarrow 1$

Schritt 1: Setze die erwarteten Kantenkosten zu $\sum_j c_{ij} q_j$ für alle Kanten i

Schritt 2: Finde die Route mit den günstigsten erwarteten Kosten; $x_i \leftarrow 1$ falls Kante i Teil dieser Route ist, ansonsten 0

Schritt 3: $p_i \leftarrow (1/n)x_i + (1-1/n)p_i$ für alle Kanten i

Schritt 4: Finde j das $\sum_i p_i c_{ij}$ maximiert und $y_j \leftarrow 1$; für alle Szenarien $k \neq j$ $y_k \leftarrow 0$

Schritt 5: $q_j \leftarrow (1/n)y_j + (1-1/n)q_j$ für alle Szenarien j

Schritt 6: $n \leftarrow n + 1$ und gehe zu Schritt 1 bis genügend Konvergenz erreicht ist.

In dem betrachteten Beispiel wurde $q_j = 1/12$ für alle Kanten initialisiert. Da, wie gezeigt, keine Eindeutigkeit der Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl und Szenarios gegeben ist, ist es wahrscheinlich, dass die Initialisierung auch das Ergebnis beeinflusst. Dies ist aber insofern unwichtig, als für diese Analyse nur das Endergebnis der erwarteten Reisekosten C interessant ist, was nicht beeinflusst wird. (In grösseren, unsymmetrischen Netzen sind p_i und q_i dagegen viel wahrscheinlicher

eindeutig.) Um im Beispiel des Spiels zu bleiben, kann der MSA-Algorithmus interpretiert werden als ein Spiel bei dem Reisender und Netzwerkzerstörer in jeder Runde ihrer Strategie neu bedenken. Dabei werden alle Informationen über die vorherigen Schritte ihres jeweiligen Gegenspielers in ihre Entscheidung miteinbeziehen.

Der Algorithmus konvergiert schnell im Bezug auf erwartete Reisekosten (siehe Abb. 2), aber langsam in punkto Kantenwahl- und Szenariowahrscheinlichkeiten (siehe Abb. 3 und 4). Dies reflektiert wahrscheinlich, daß p_i und q_i nicht eindeutig sind. Für die Kantenkosten in Tab. 2 konvergiert der Algorithmus zu $C^* = 8,5$ (wie gehabt) und nach 1000 Iterationen zu den p_i und q_i wie in Tabelle 7 gegeben. Der MSA-Algorithmus ist daher zwar einfach und rechnerisch effizient, aber es ist zu überlegen, ob es nicht Mittel gibt, die Konvergenz zu verbessern.

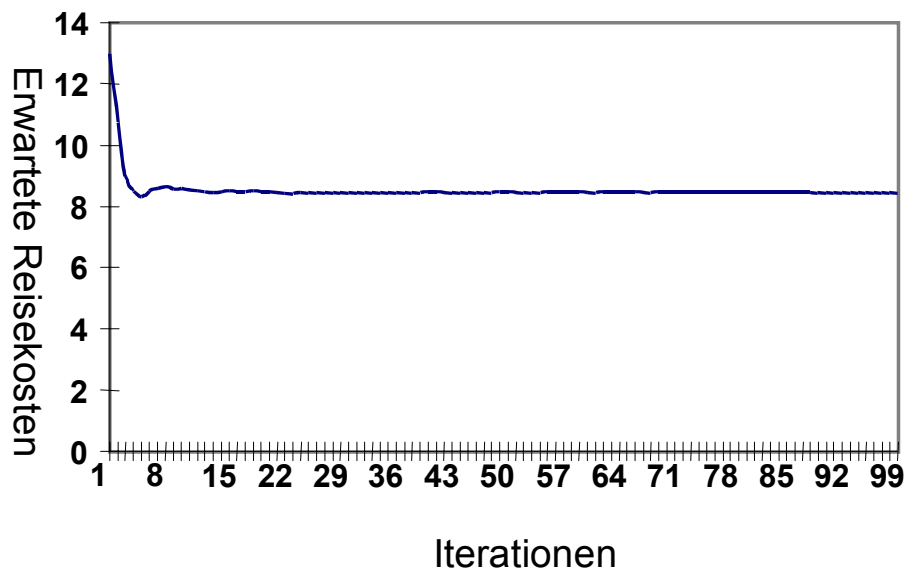


Abb. 2: Konvergenz für die erwarteten Reisekosten

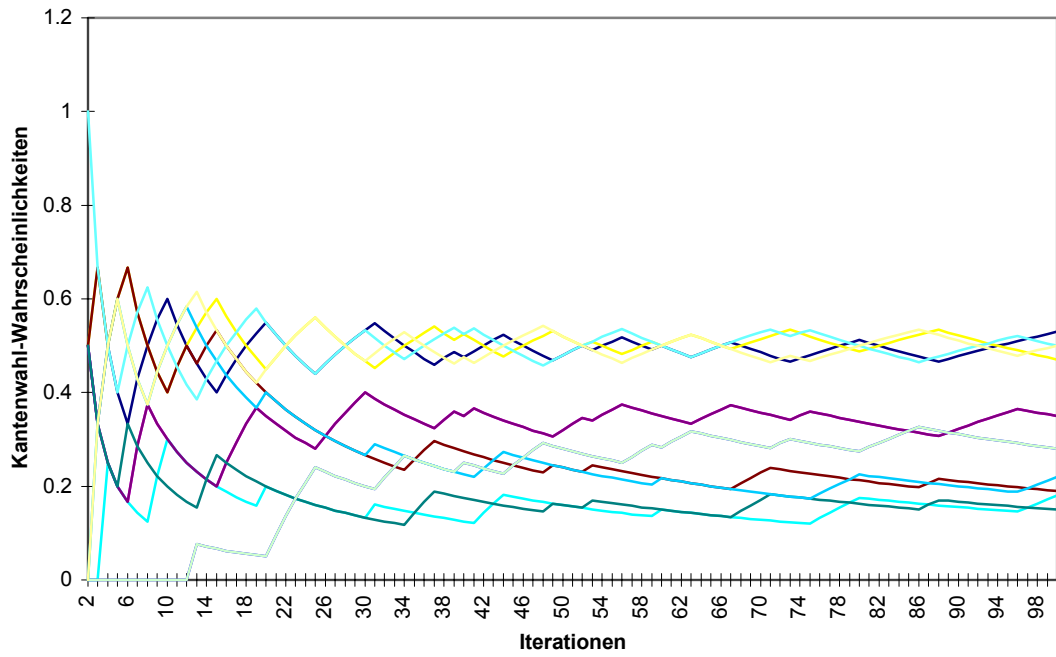


Abb. 3: Konvergenz für Kantenwahlwahrscheinlichkeiten

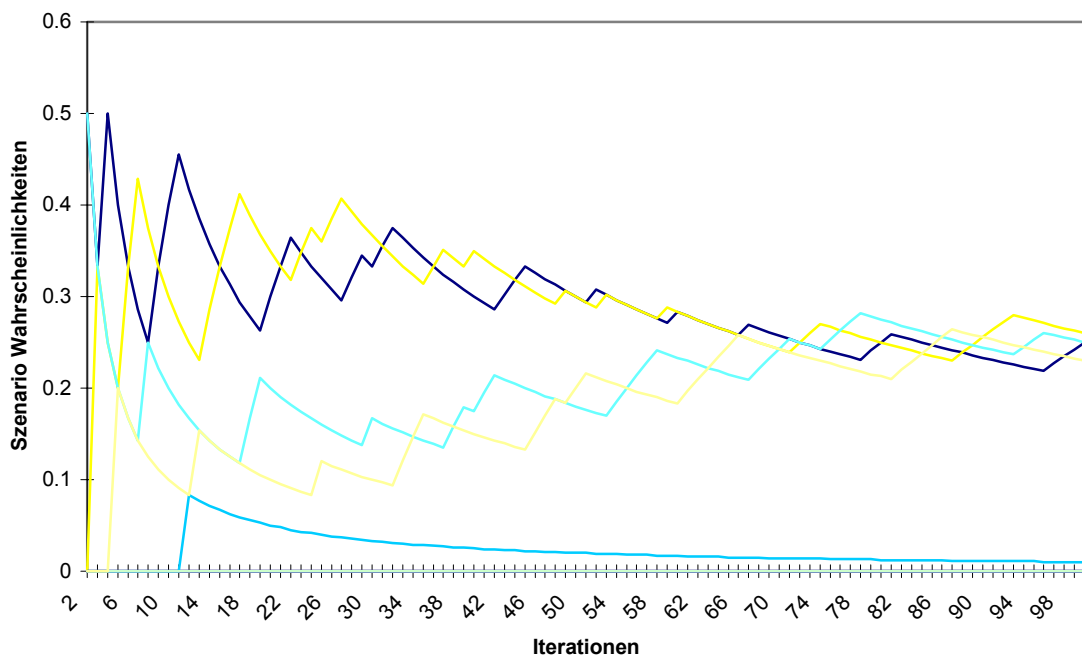


Abb. 4: Konvergenz für Szenariowahrscheinlichkeiten

Tab. 6: Wahrscheinlichkeiten für Kantenwahl (p_i) und –defekt (q_i). Lösung des Basisfalls mit MSA-Algorithmus.²

Kante i	p_i	q_i
1	0.50	0.25
2	0.28	0
3	0.50	0.25
4	0.22	0
5	0.28	0
6	0.22	0
7	0.22	0
8	0.28	0
9	0.23	0
10	0.50	0.25
11	0.28	0
12	0.50	0.24

6. Störfallbehandlung im PFE (Path Flow Estimator)

In dem behandelten Beispielnetz wurden verschiedene Vereinfachungen angenommen. Zum einen wurde ein Störfall einfach als eine Verzehnfachung der Reisekosten definiert. Zum zweiten wurde entweder von nur einem Reisenden ausgegangen oder von mehreren Reisenden, die sich aber nicht gegenseitig beeinflussen. Um beide Mängel zu beseitigen wurde der im vorigen Abschnitt beschriebene MSA-Algorithmus in das Verkehrsumlegungsmodell PFE (Path Flow Estimator) integriert. Der PFE wurde in der *Transportation Operations Research Group, University of Newcastle* entwickelt, und ist z.B. in Bell und Grosso (1998) näher beschrieben. Das Program wurde in den letzten Jahren ständig weiterentwickelt und bereits für verschiedene Aufgaben (z.B. „on-line traffic estimation“) in mehreren EU-Projekten benutzt. In diesem Zusammenhang wird es aber nur als Umlegungsmodell verwendet, das die Reisekosten und die Verkehrsnachfrage für alle Kanten abschätzt. Das „Spiel“ beginnt somit nach einer ersten Umlegung der QZ-Verkehrsnachfrage.

Der Netzwerkzerstörer bringt das gefundene Benutzer-Gleichgewicht durcheinander indem er die Kapazität einer Kante reduziert. Eine Reduzierung der Kantenkapazität bedeutet aber längere Reisezeiten, falls die Kantenkapazität von den Benutzern im ursprünglichen Gleichgewicht annähernd erschöpft wurde. Somit wird sich die Routenwahl der Benutzer ändern und das angeführte Spiel findet wie beschrieben statt, denn die Kantenwahl des Netzwerkzerstörers hängt vom Verhalten der Benutzer ab; auch der Netzwerkzerstörer handelt nach der Strategie wie gehabt: Er verursacht einen Störfall auf der Kante, die die größten Reisekosten im defekten Zustand verursacht. p_i in Schritt 3 und 4 des MSA muß aber als Kantenverkehrsfluß verstanden werden.

Da die Reisezeiten für verschiedene QZ-Beziehungen unterschiedlich sind, vergleicht der PFE für jede QZ-Beziehung die Reisekosten ohne angenommenen Störfall

² Der Wert 0,24 ergibt sich durch Rundungsfehler.

(ursprüngliches Gleichgewicht) mit den erwarteten Reisekosten. Es werden zusätzlich die beiden Zuverlässigkeitskriteria R^{con} und R^{perf} eingeführt. R^{con} gibt an wie wahrscheinlich es ist das Ziel zu erreichen ohne auf eine gestörte Kante zu treffen.

$$R_j^{con} = 1 - \sum_{i \in j} q_i$$

$$R_{QZ}^{con} = \sum_{j \in QZ} [R_j^{con} * (h_j / d_{QZ})]$$

R_j^{con} = Wahrscheinlichkeit für Route j nicht auf eine gestörte Kante zu treffen
 q_i = Störfallwahrscheinlichkeit für Kante i (Szenariowahrscheinlichkeit)
 h_j = Verkehrsfluss auf Route j
 d_{QZ} = QZ Verkehrsnachfrage trips/h

Es ist anzumerken, daß für unabhängige Störfallwahrscheinlichkeiten die Zuverlässigkeit entlang einer Route $R_j^{con} = \prod_{i \in j} (1 - q_i)$ ist. Diese Gleichung trifft jedoch in diesem

Fall nicht zu, da in jedem Szenario nur eine Kante gestört sein kann. (Daher muß das Produkt für mehrere Störfälle aus der Gleichung genommen werden.)

R^{perf} ist ein Maß für die Reisekostenzuverlässigkeit und gibt an wie wahrscheinlich es ist sein Ziel im Rahmen von akzeptablen Reisezeiten zu erreichen. „Akzeptable Reisekosten“ τ wurde definiert als Reisekosten im ursprünglichen Gleichgewicht (ohne möglichen Störfall) plus 10% Sicherheitszuschlag (SZ).

$$\tau_{QZ} = (SZ + 1) * \text{Min}_{j \in QZ} \{C_j\}$$

$$R_j^{Perf} = \sum_i Z_{ij}(\tau_{QZ}) * q_i$$

$$R_{OD}^{Perf} = \sum_{j \in OD} [R_j^{Perf} * (h_j / d_{QZ})]$$

C_j = Reisekosten auf Route j
 R_j^{Perf} = Wahrscheinlichkeit Route j mit weniger Kosten als τ zu benutzen
 $Z_{ij}(\tau)$ = binäre Funktion, 1 falls C_j (mit Störfall auf Kante i) kleiner τ ist, ansonsten 0

7. Beispiel York

Zum Schluß wird dieses Verfahren auf das innerstädtische Verkehrsnetz der Stadt York in Nordengland angewandt.

In diesem Netzwerk wurde getestet welche Kanten am meisten Schaden verursachen, falls ihre Kapazität halbiert wird. Dies ist somit ein Test herauszufinden, an welchen Stellen im Netz Fahrbahnabsperungen die Verkehrskosten am meisten erhöhen würden und somit zu beurteilen, welche Straßen am meisten gegen Störfälle zu schützen sind.

Die erforderlichen Daten über die Infrastruktur und die Verkehrsnachfrage wurden vom York City Council bereitgestellt. Daten für die Verkehrsnachfrage bezogen sich auf die Morgenspitze. Das resultierende Netzwerk besteht aus 2000 Kanten und 8000 QZ-Beziehungen. Für die Analyse wurden jedoch nur die 17 QZ-Paare herausgesucht,

zwischen denen es einen Verkehrsfluß von mehr als 100 veh/h gibt. Abb. 5 zeigt das Netzwerk mit denjenigen Kanten fettgedruckt, auf denen es Stau in der Morgenspitze gibt.



Abb. 5 York Netzwerk mit Kanten auf denen es Stau in der Morgenspitze gibt gemäss der PFE-Analyse (stochastisches Gleichgewicht, ohne Störfallbetrachtung).

Tabelle 5 zeigt die Resultate der Analyse für diese 17 QZ-Paare. Es sollte zuerst die Steigerung zwischen den erwarteten Reisekosten E und den Reisekosten im ursprünglichen Gleichgewicht (+ Sicherheitszuschlag) τ betrachtet werden. Wie im Beispielnetz aus Abb. 1 ist häufig eine große Steigerung zu beobachten. (Es ist anzumerken, daß für diese Analyse alleine die Reisezeit und nicht Entfernung in den Kosten beachtet wurde.) Die Steigerungen in der Reisezeit erklärt auch die häufig sehr niedrigen Werte für R^{perf} . Für die ersten aufgelisteten QZ-Paare besteht fast keine Chance das Ziel in einer Reisezeit zu erreichen, die als „akzeptabel“ definiert wurde. QZ- Paar 5159 \rightarrow 8083 verdeutlicht die Bedeutung von R^{con} : Obwohl der Anstieg für die erwartete Reisezeit sehr groß ist, können 45% der Reisenden immer noch mit einer Reisezeit kürzer als τ an ihr Ziel kommen. Dies ist möglich da das Netz genügend Umleitungen bietet, was daran verdeutlicht wird, daß nur 50% der Reisenden auf eine gestörte Kante treffen. Die beiden letzten QZ-Paare in Tabelle 5 zeigen einerseits eine sehr niedrige Erreichbarkeitszuverlässigkeit, andererseits zeigen sie keine Einbussen in der Reisezeitzuverlässigkeit. Zu folgern ist, dass eine Halbierung der Kapazität auf jeglicher Kante zwischen diesen QZ-Paaren keinen grossen Einfluß auf die Reisezeit hat, selbst wenn dieser Störfall nicht umfahren werden könnte.

Die Ergebnisse zeigen somit für den Fall eines Kantenstörfalls ob es a) genügend Umleitungen gibt und b) wie groß der Einfluss auf die Reisezeiten ist. Beides für den Fall, daß der Störfall an der ungünstigsten Stelle auftritt. Die hier nicht angeführte Liste für die Kanten mit den größten Störfallwahrscheinlichkeiten q_i könnte zusätzlich

Auskunft geben welche Kantenausfälle den größten Schaden im Netz verursachen. Eine genauere Betrachtung dieses Fallbeispiels ist in Cassir (2001) nachzulesen.

Tab. 6 Zuverlässigkeitskriterien für die 17 QZ-Paare mit der größten Verkehrsnachfrage

Quelle	Ziel	Anzahl Routen	Flow Veh/hrs	R^{con}	R^{perf}	E min.	τ min.
5164	8162	9	100	0.15	0.00	12.49	8.98
5166	8104	5	126	0.11	0.00	7.28	4.26
5167	8162	4	159	0.00	0.00	6.77	4.03
5046	8162	12	114	0.12	0.05	15.49	14.55
5116	8023	13	155	0.43	0.05	26.28	9.67
5162	8157	10	325	0.17	0.05	20.52	14.83
5157	8162	7	158	0.07	0.07	16.15	14.50
5116	8011	13	163	0.44	0.16	25.92	10.12
5165	8003	3	125	0.38	0.38	7.68	6.33
5159	8025	8	174	0.43	0.43	15.34	9.93
5159	8083	8	104	0.50	0.45	23.50	11.41
5166	8162	11	136	0.50	0.50	21.21	11.07
5157	8016	12	115	0.51	0.51	14.91	10.51
5074	8010	10	117	0.66	0.57	11.52	8.60
5165	8074	6	330	0.02	0.65	2.24	2.23
5163	8048	4	175	0.18	0.99	5.38	5.59
5156	8084	6	117	0.00	1.00	8.49	9.93

8. Zusammenfassung, Schlußfolgerungen und Ausblick

Dieses Paper hat ein neues Verfahren zur Messung von Netzwerkstabilität beschrieben. Dieses Verfahren kommt, im Gegensatz zu traditionellen Verfahren, ohne viele Daten aus, da keine Häufigkeitsverteilungen für Kantenreisezeiten berechnet werden müssen. Das beschriebene maximin-Problem kann als lineares Programm oder mit Hilfe des einfachen MSA-Algorithmus gelöst werden. In beiden Fällen wird das sogenannte Nash-Equilibrium berechnet, um die Auswirkungen von einem Kantenausfall auf die Erreichbarkeit und Reisekostenzuverlässigkeit zu bestimmen. Es wird das Kantenstörfall-Szenario berechnet, das den größten Schaden verursacht. Dieses Finden des *Worst-Case-Scenarios* kann dabei auch als Spiel zwischen einem Benutzer und einem fiktiven Netzwerkzerstörer verstanden werden. Am Gleichgewicht kann weder der Netzwerkzerstörer durch Änderungen der Störfallwahrscheinlichkeiten die Reisekosten erhöhen, noch kann der Benutzer seine Kosten senken, indem er eine andere Routenwahl-Strategie wählt.

Das erste Beispielnetz zeigte ein einfaches Beispiel, bei dem den Kanten zwei fixe Kosten zugewiesen wurden. Es wurde gezeigt, wie die erwarteten Reisekosten steigen, wenn der Benutzer davon ausgeht, daß eine Kante an der unglücklichsten Stelle im Netzwerk ausfällt. Dies wurde auch für das zweite, wesentlich komplexere Beispiel der Stadt York mit Hilfe des PFE und des MSA-Algorithmus gezeigt. Zudem wurden die Erreichbarkeits- und Reisekostenzuverlässigkeitskriterien R^{con} und R^{perf} eingeführt und berechnet. Zusammen mit den Kanten-Störfallwahrscheinlichkeiten könnten diese Kriterien dem Verkehrsplaner wichtige Informationen über mögliche

Schwachpunkte im Netz geben. Bei der möglichen Errichtung einer Verkehrsüberwachungsanlage würden die gewonnenen Informationen evtl. helfen zu entscheiden, wo diese Investitionen den größten Einfluss haben. Im Beispiel des einfachen Netzes würde eine Senkung der Störfallkosten auf den Kanten 1, 3, 10 und 12 positive Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit haben, aber eine Reduzierung der Störfall-Reisekosten auf den anderen Kanten keine Auswirkungen haben.

Zum Schluß sollte noch bemerkt werden, daß im gesamten Manuskript immer nur von einem Kantenausfall ausgegangen wurde. Im Falle einer Naturkatastrophe ist es dagegen sehr wahrscheinlich, daß mehrere Strassen gleichzeitig ausfallen, insbesondere benachbarte Strassen. Dasselbe gilt für Verkehrsstaus, denn es ist sehr wahrscheinlich dass sich die Staus auch auf die benachbarten Straßen ausbreiten. „Gruppenstörfälle“ sind daher Thema für weitere Forschung und könnten im Rahmen des Spieles als weitere Szenarien behandelt werden. Des weiteren behandelte das York Beispiel nur das Netz für den individuellen Strassenverkehr. Zuverlässigkeit für den ÖPNV und den Schienenfernverkehr ist ein weiteres Thema von aktuellem Interesse.

Referenzen:

Asakura, Y and Kashiwadani, M (1991) Road Network Reliability Caused by Daily Fluctuation of Traffic Flow. *Proceedings of the 19th PTRC Summer Annual Meeting in Brighton, Seminar G*, 73-84.

Asakura, Y and Kashiwadani, M (1995) Traffic Assignment in a Road Network with Degraded Links by Natural Disasters. *Journal of the Eastern Asia for Transport Studies*, Vol.1, No.3, 1135-1152.

Asakura, Y (1996) Reliability Measures of an Origin and Destination pair in a Deteriorated Road Network with Variable Flow. In: *Transportation Networks: Recent Methodological Advances* (Ed M G H Bell), Pergamon Press: Oxford.

Bell, M.G.H. (2001) A game theory approach to measure the performance reliability of transport networks, *Submitted to Transportation Research*

Bell, M.G.H. und Grosso, S. (1998) The Path Flow Estimator as a network observer. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 39, 540-550

Cassir, C. (2001) A Flow Model for the Analysis of Transport Network Reliability, PhD-Thesis, University of Newcastle, U.K.

Du, Z P and Nicholson, A J (1997) Degradable Transportation Systems: Sensitivity and Reliability Analysis. *Transportation Research B*, Vol 31, No 3, 225-237.

Hillier, F S and Lieberman, G J (1990) *Introduction to Operations Research* McGraw-Hill:New York.

Iida, Y and Wakabayashi, H (1989) An Approximation Method of Terminal Reliability of Road Network Using Partial Minimal Path and Cut Set. *Proceedings of the 5th World Conference, Vol.IV*, Yokohama, Japan, 367-380.